

Разбор репетиционной олимпиады по информатике

31 октября 2020 г.

Задача А. Каникулы

Первая подзадача

Переберём сколько подписок каждого типа, которое мы приобретём, и найдём минимум сумм стоимостей по всем вариантам, суммарное число дней в которых не менее n .

Сложность решения: $O(n^3)$

Вторая подзадача

Заметим, что когда мы зафиксировали количество подписок первого и второго типа, необходимое количество подписок третьего типа может быть вычислено по формуле: $\frac{n-a-7b}{28}$ (округление вверх).

Сложность решения: $O(n^2)$

Задача А. Каникулы

Полное решение

Представим, что каждая следующая подписка не менее выгодна, чем предыдущая (т.е. выполняется $28a \geq 4b \geq c$). Тогда можно действовать жадно. Сначала, пока $n \geq 28$ покупать подписки на 28 дней. В конце у нас останется $n < 28$ дней, стоимость подписки для которых можно вычислить по формуле $\min(c, a \cdot n, b \cdot \frac{n}{7})$ (округление вверх).

Заметим, что так как 28 кратно 7, а 7 кратно 1, то исходную задачу всегда можно свести к случаю выше. Для этого, в качестве стоимости подписки на 28 дней следует выбрать $\min(c, 4b, 28a)$, а в качестве стоимости подписки на 7 дней — $\min(b, 7a)$. Тогда неравенство выше выполнено и работает описанный выше жадный алгоритм.

Сложность решения: $O(1)$

Пример решения на языке C++

Задача В. Отрезок

- Для начала разделим строку на две части (по символу ';'') и временно уберём скобки.
- Для каждого из чисел заведём по две переменные, представляющие числитель и знаменатель соответственно. Для числа существует всего два случая: когда в строке присутствует символ '/', и когда его нет. В случае отсутствия символа деления полагаем, что знаменатель дроби равен 1.
- Если какая-то из границ не включает число (т.е. равна '(' или)'), то можно изменить числитель дроби на 1 в соответствующую сторону, и после такого преобразования считать, что обе границы теперь включены.
- После этого можно вычислить целочисленные границы отрезка, округлив левую дробь вверх, а правую вниз. Осталось лишь вычислить ответ, он равен $r - l + 1$.

Сложность решения: $O(1)$

Пример решения на языке C++

Задача С. Непостоянность массива

Первая подзадача

Для каждого запроса изменяем число в массиве и пересчитываем непостоянность массива за линейное время.

Сложность решения: $O(nq)$

Полное решение

Заметим, что количество подотрезков из одинаковых элементов на самом деле равно количеству индексов i таких, что $a_i \neq a_{i+1}$. При изменении элемента в массиве на позиции p , ситуация может измениться лишь для позиций $p - 1$ и p , давайте на них и посмотрим. Таким образом мы научились пересчитывать ответ рассматривая всего две позиции в массиве.

Сложность решения: $O(n + q)$

Пример решения на языке C++

Задача D. Странность перестановки

Первая подзадача

Переберём все перестановки и вычислим их странности.

Для более лаконичной реализации можно обратить внимание на функцию `next_permutation`

Сложность решения: $O(n! \cdot n)$

Полное решение

Воспользуемся динамическим программированием. Будем строить перестановку поэлементно и считать $f_{mask, sum}$ — количество перестановок, таких, где мы уже расставили числа из маски $mask$ на первые $bitcount(mask)$ позиций, а странность префикса равна sum . Чтобы выполнить переход переберём число, которое будет стоять в перестановке на позиции $bitcount(mask) + 1$, пусть это число p , тогда переход будет иметь вид $f_{mask \text{ or } 2^p, sum + |p - bitcount(mask) - 1|} + f_{mask, sum}$.

Сложность решения: $O(2^n \cdot nk)$

Пример решения на языке C++